



Logiciel cadrans horizontaux bifilaires

Eric MERCIER et Dominique COLLIN

Nous présentons un logiciel permettant de dessiner les cadrans solaires horizontaux bifilaires à fils quelconques. Ce programme est basé sur des algorithmes originaux incluant notamment un filtre permettant de fournir des images de la table du cadran directement utilisables. En fonction du choix des six paramètres d'entrée, il existe une quasi-infinité de dessins possibles.

Un nouveau logiciel de dessin des cadrans solaires horizontaux bifilaires à fils quelconques

1) INTRODUCTION

Le cadran bifilaire a été inventé par Michnik en 1923¹. Le cadran de cet auteur était horizontal et il possédait 2 fils qui répondaient à 3 critères : (1) parallèles au plan du cadran, (2) rectilignes, (3) orientés pour l'un dans la direction est-ouest et pour l'autre dans la direction nord-sud. L'heure était indiquée sur la table du cadran par le croisement des ombres des deux fils. Cette idée de base a donné lieu à de nombreux développements dont l'arborescence a été synthétisée par D. Collin (2007). Un de ces développements correspond à une famille de

cadrans, toujours horizontaux, mais avec des fils qui, bien que restant rectilignes, prennent une orientation et une inclinaison quelconques. L'étude analytique de cette configuration a été menée par D. Collin (2005) et, à cette occasion, un logiciel de traçage a été développé sous GÉOPLAN². Certaines propriétés des arcs diurnes et des lignes horaires ont été mises en évidence à cette occasion, mais, pour différentes raisons, l'aspect purement graphique du tracé n'a été qu'effleuré.

Nous avons souhaité reprendre l'étude de ce type de cadran et, notamment, illustrer la grande variabilité des tracés envisageables. Ce travail a été rendu possible par le développement d'un nouveau logiciel dont le principe sera présenté ici.

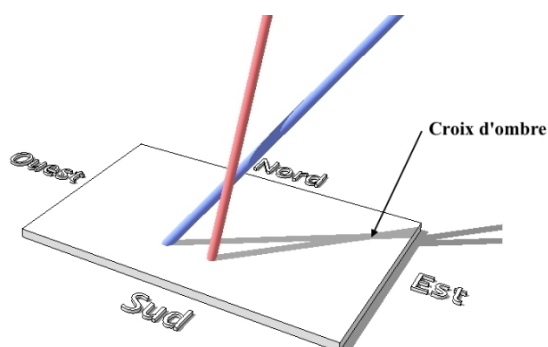


Fig. 1 Exemple de cadran horizontal bifilaire à fils quelconques. L'heure est indiquée sur la table par le croisement des ombres des fils (gnomons). Le diamètre de ceux-ci a été exagéré pour faciliter la compréhension des schémas.

2) LE CADRAN HORIZONTAL BIFILAIRE A FILS QUELCONQUES

La figure 1 illustre un exemple de cadran horizontal bifilaire à fils quelconques. Collin (2005) a montré qu'une fois le point d'origine du cadran défini (c'est le pied du fil n°1), il

¹ La traduction de ce travail a été publiée par D. Collin. Elle est disponible dans l'annexe du CD Cadran-info N°15 (Traductions_TOME_1.pdf)

² *Geoplan-Geospace*, distribué par le CRDP de Reims, est un logiciel de géométrie dynamique créé par le CREEM (Centre de recherche et d'expérimentation pour l'enseignement des mathématiques). Il est téléchargeable sur le site de l'AID-CREEM : <http://www.aid-creem.org/>.

suffisait de six paramètres pour décrire totalement la géométrie d'ensemble (fig. 2 et tableau 1).

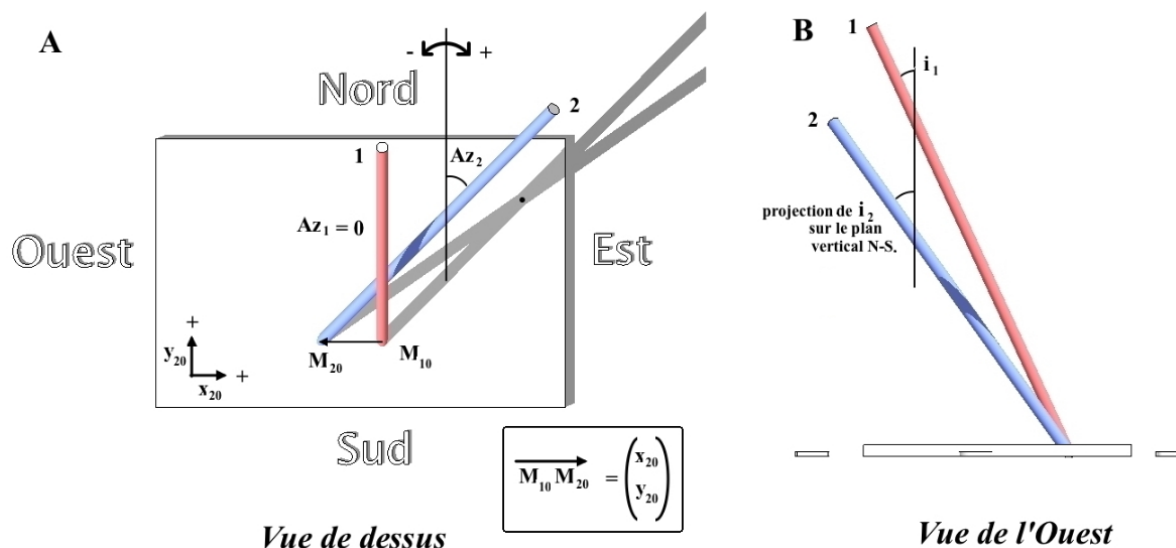


Fig. 2 Vue de dessus (A) et vue d'un des côtés (B) permettant d'illustrer les 6 paramètres fondamentaux de la définition géométrique du cadran (même cadran que la figure 1). Voir tableau n°1. Les conventions de signes pour Az_1 , Az_2 , x_{20} et y_{20} sont indiquées sur la figure ; i_1 et i_2 sont positifs. Les couleurs des fils (gnomons) seront conservées tout au long de l'article. Dans cet exemple Az_1 et y_{20} sont nuls.

Paramètres :	Description :
<input checked="" type="checkbox"/> Paramètres angulaires :	
Az_1	Azimet du premier gnomon, compté positivement depuis le nord vers l'est.
Az_2	Azimet du deuxième gnomon, compté positivement depuis le nord vers l'est.
i_1	Distance zénithale du gnomon 1.
i_2	Distance zénithale du gnomon 2.
<input checked="" type="checkbox"/> Paramètres métriques:	
x_{20}	Abscisse de l'implantation du deuxième gnomon
y_{20}	Ordonnée de l'implantation du deuxième gnomon

Tableau 1 Les six paramètres définissant les systèmes bifilaires étudiés (voir Collin 2005).

3) LE PROGRAMME DE DESSIN ET SON PRINCIPE

Pour réaliser le programme informatique de dessin des tracés du cadran solaire, nous nous sommes intéressés aux « piliers » qui tiennent les fils en place. Nous supposons qu'il s'agit de piliers verticaux. Ces piliers peuvent se trouver n'importe où sur la table si bien qu'il suffit de fixer (presque) arbitrairement une des coordonnées de leur base (x ou y) pour que, en connaissant les 6 paramètres fondamentaux et à partir de simples relations trigonométriques, il soit facile d'en déduire l'autre (fig. 3A et 3B).

De la même façon, une fois les bases des piliers connues (M_1 et M_2), il est facile de calculer, par trigonométrie, la hauteur (z_1 et z_2), et donc de les définir complètement. Ceux-ci apparaissent, sur le plan gnomonique, comme des styles droits. Il existe plusieurs algorithmes pour calculer, à une date et à un instant donnés de la journée, le point d'ombre de tels styles droits (Dallet 2008, Ziegeltrum 2010 ...). A titre d'exemple, le code de Massé (1997-2012), que nous avons retenu, fonctionne selon le schéma de la figure 4. Ce code, que nous avons

intégré comme routine dans notre programme, permet donc de calculer les coordonnées des points M'_1 et M'_2 de la figure 3C à un instant donné. A ce stade, il est assez facile de calculer les équations des droites passant respectivement par M_{10} et M'_1 , et M_{20} et M'_2 , et par la suite les coordonnées du point P qui correspond à l'intersection de ces droites.

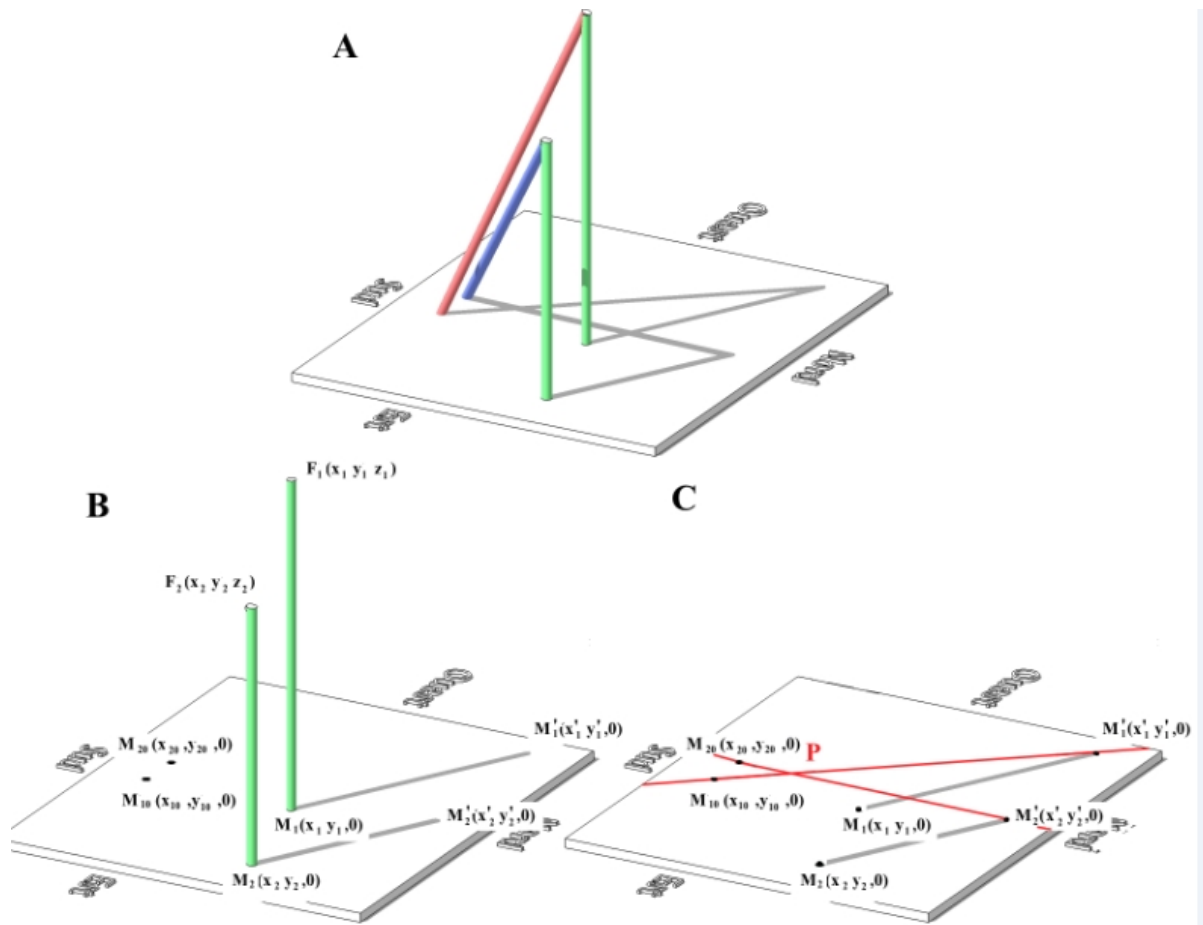


Fig. 3 Les étapes du calcul de la croix d'ombre P dans le programme présenté ici (explications dans le texte, la nomenclature est conforme avec Collin (2005).

Ces droites qui passent par M_{10} et M'_1 , et M_{20} et M'_2 sont en fait les droites porteuses des ombres des fils et le point P est le point que nous cherchons : croix d'ombre du cadran à l'instant considéré. Il suffit ensuite de répéter le calcul à chaque instant du jour à des dates choisies pour dessiner les arcs diurnes et, chaque jour de l'année à des heures choisies, pour dessiner les courbes en « 8 ».

Ce programme a été écrit en FUTUREBASIC5. Il s'agit d'un éditeur / débogueur / traducteur qui génère du code C, lequel est automatiquement compilé par les outils Apple fournis dans la suite pour développeurs du système d'exploitation (Mac OS X). On obtient donc en définitive une « application » autonome exécutable sur les Macintosh³.

Le programme de dessin ainsi présenté, et qui tient un peu de l'« œuf de Christophe Colomb », échappe complètement à l'analyse formelle qu'a menée précédemment l'un d'entre nous (Collin, 2005). Il est donc important de valider cette nouvelle approche en comparant les tracés obtenus avec ceux précédemment établis.

³ FUTUREBASIC5 est un langage de programmation et un logiciel freeware (programme gratuit) pour ordinateur Macintosh (système OS X) qui peut être téléchargé, avec la documentation correspondante, sur : <http://4toc.com/fb/index.htm>.

C'est ce que nous allons envisager maintenant.

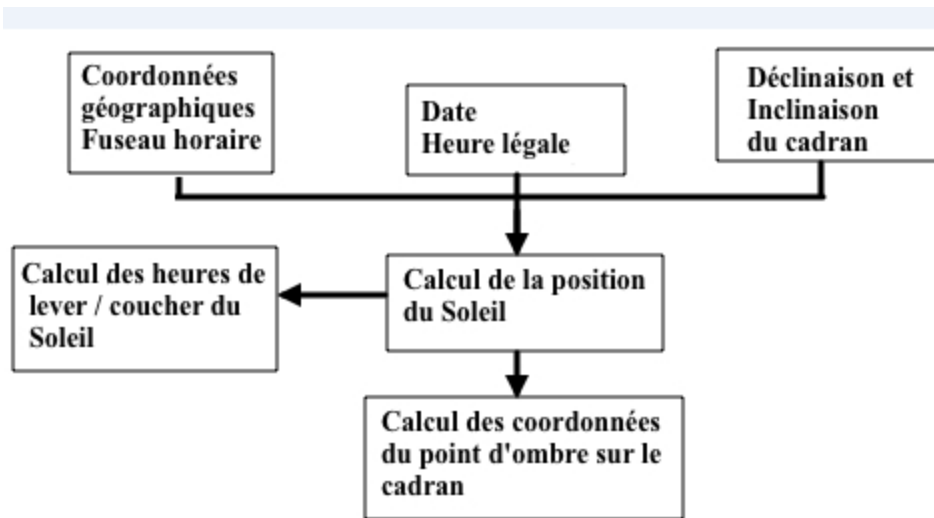


Fig. 4 Organigramme simplifié du programme d'Yvon Massé (1997-2012) utilisé pour le calcul des points d'ombre des piliers soutenant les fils du cadran. Dans les cas étudiés, la déclinaison et l'inclinaison du cadran sont nulles. La routine de calcul du lever / coucher du Soleil, non intégrée dans le programme originel de Y. Massé (« Ephéméride pour gnomoniste ») est tiré d'un autre code du même auteur (« Calcul des heures de passage au méridien / lever / coucher du Soleil »).

4) VALIDATION ET RESULTATS

Les figures 5A et 5B permettent de comparer une figure originale de Collin (2005) avec une sortie brute de notre programme ; la concordance est remarquable dans ce cas de figure comme dans tous ceux qui ont été testés. Vu le type d'approche numérique complètement différente qui sous-tend ces deux programmes, la similitude systématique des formes que nous constatons, valide, selon nous, les deux approches.

5) PROBLEME DES POINTS FANTÔMES ET INTERPRETATION DES TRACÉS

L'analyse des tracés des figures 5A et 5B est délicate pour au moins une partie des courbes. Cela est dû à la présence de tracés parasites qui ne correspondent à aucune réalité physique, encombrant le dessin, et qu'il est nécessaire de supprimer pour analyser les tracés. Ce sont ces points que nous avons baptisés « points fantômes ». Ce type de point apparaît systématiquement dans les dessins de cadrans issus de programmes informatiques fonctionnant selon un principe similaire au nôtre (mise en boucle de calculs de position des points d'ombre). Pour faire disparaître ces points dans les dessins des cadrans horizontaux à style (polaire ou droit), il suffit classiquement d'empêcher le dessin de ceux qui correspondent à des instants avant le lever du Soleil (il est sous l'horizon et donc sous le cadran) et après le coucher (pour des raisons symétriques). Cela revient à ne pas considérer les ombres résultant d'alignements du type :

Soleil / cadran / pointe du style

pour ne retenir que les alignements du type :

Soleil / pointe du style / cadran

Ce type de filtre avait déjà été utilisé dans les tracés des figures 5A et 5B. Dans le cas des cadrans bifilaires, apparaissent de nouveaux alignements qui, de la même façon, ne correspondent pas à une ombre réelle engendrant autant de familles d'ombres fantômes. :

Soleil / fil 1 / cadran / fil 2

Soleil / fil 2 / cadran / fil 1
 Soleil / cadran / fil 1 / fil 2

etc

En pratique, l'apparition de ces points fantômes résulte du fait que, dans le calcul de la position du point P (fig. 3C), l'algorithme considère l'intersection de deux droites (ou « lignes »), alors qu'il n'y a que des demi-droites d'ombre qui devraient être concernées⁴. Nous avons donc introduit un second filtre qui permet d'obtenir le tracé réel du cadran (fig. 5C). Ce filtre est basé sur une analyse géométrique 2D d'un système de 2 demi-droites (fig. 6) et, particulièrement, sur la recherche des caractéristiques de ce système qui conditionnent l'intersection, ou non, de ces demi-droites.

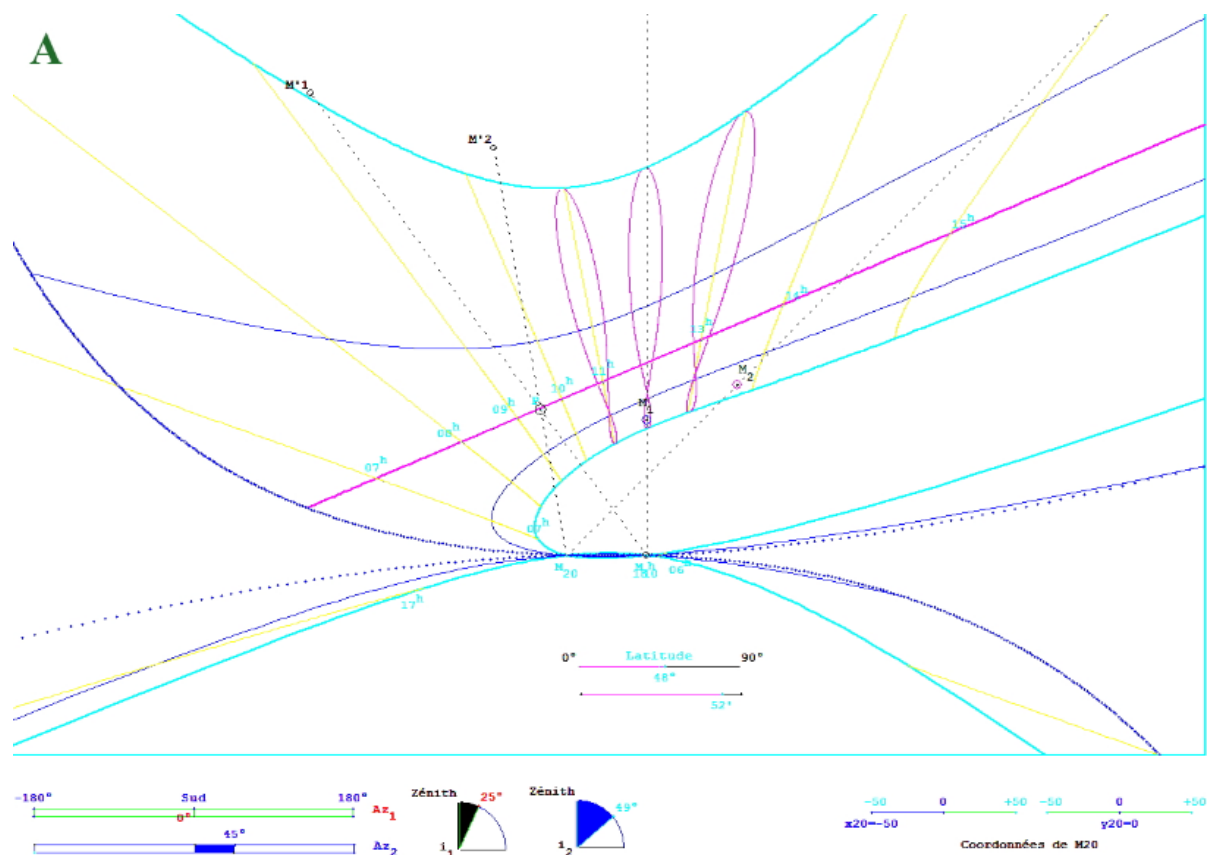


Fig. 5A Négatif (au sens photographique du terme) de la figure 8-6 de Collin (2005). Ce cadran correspond à celui des figures 1 et 2. Les valeurs numériques des 6 paramètres fondamentaux sont les suivantes :

$Az_1=0^\circ$ et $Az_2=45^\circ$; $i_1=25^\circ$ et $i_2=49^\circ$; $x_{20}=-50$ et $y_{20}=0$.
 Par ailleurs : latitude = $48^\circ 52'$ ($48,87^\circ$), longitude = 0° , fuseau = 0.

⁴ Il s'agit en fait de segments, mais nous les assimilons à des demi-droites limitées par M_{10} et M_{20} car les points M'_1 et M'_2 sont considérés comme éloignés (fig. 6).

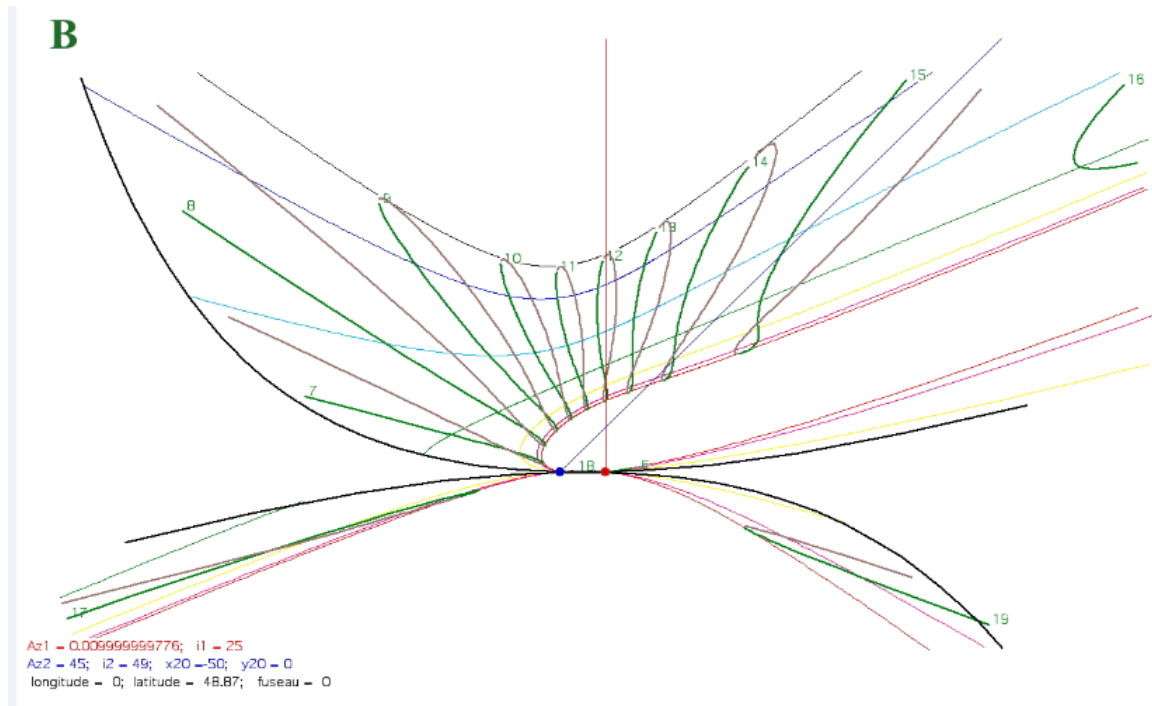


Fig. 5B Sortie graphique du programme présenté, pour les mêmes paramètres. Les arcs de déclinaison correspondent aux changements de signe du zodiaque (couleurs froides pour l'hiver, chaudes pour l'été ; la ligne d'équinoxe est en vert). Sur les « 8 » horaires, le vert correspond à la période solstice d'hiver => s. d'été ; le marron, au reste de l'année. Les traits noirs en gras correspondent, comme les traits bleus gras de la figure 5A, aux heures de lever du Soleil + ½ heure et de coucher du Soleil -½ heure. Les droites rouge et bleu correspondent à la projection des fils sur la table du cadran (même couleur que sur les figures 1, 2 et 3A).

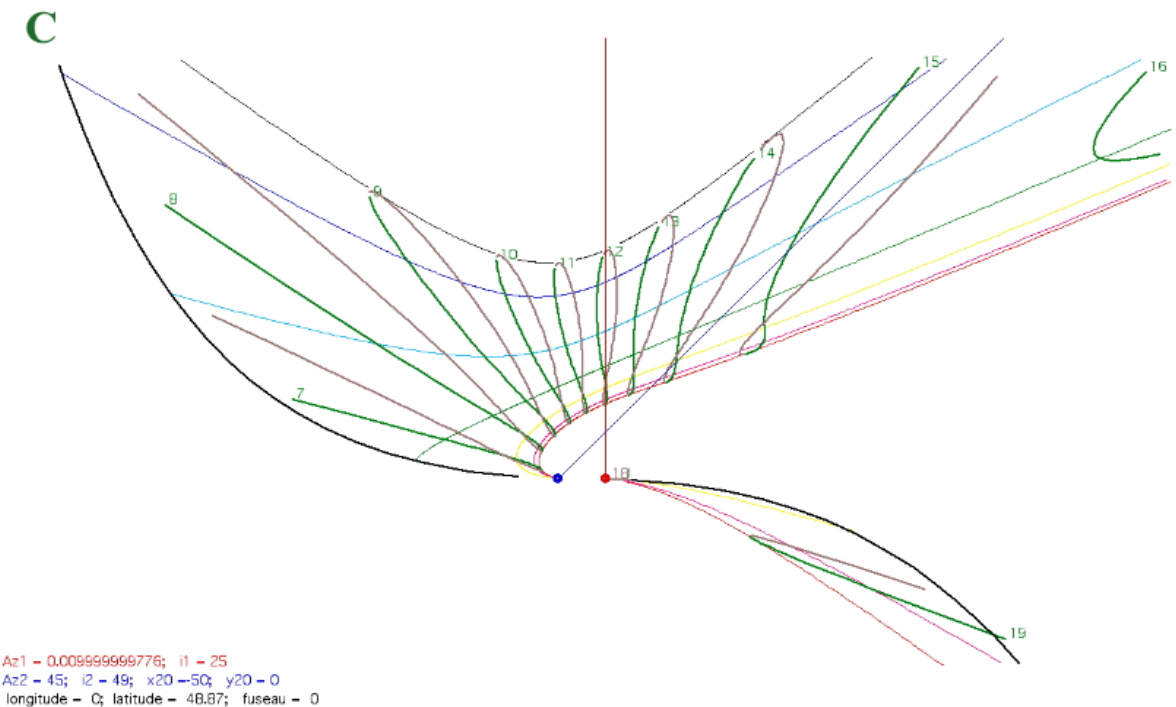


Fig. 5C Idem à 5B mais avec les tracés fantômes supprimés (voir explications dans le texte).

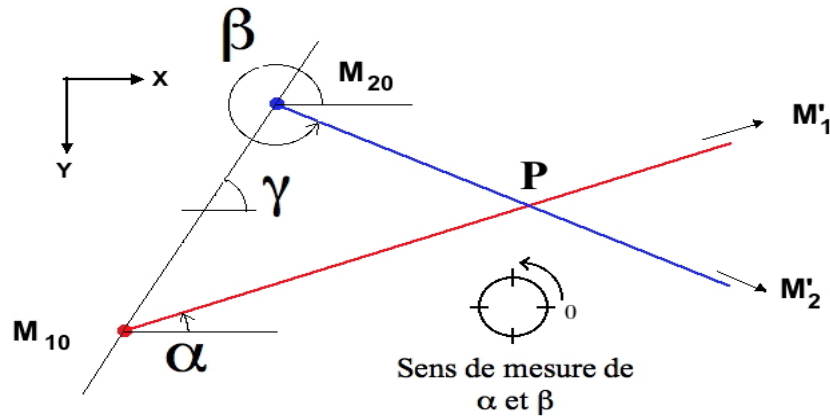
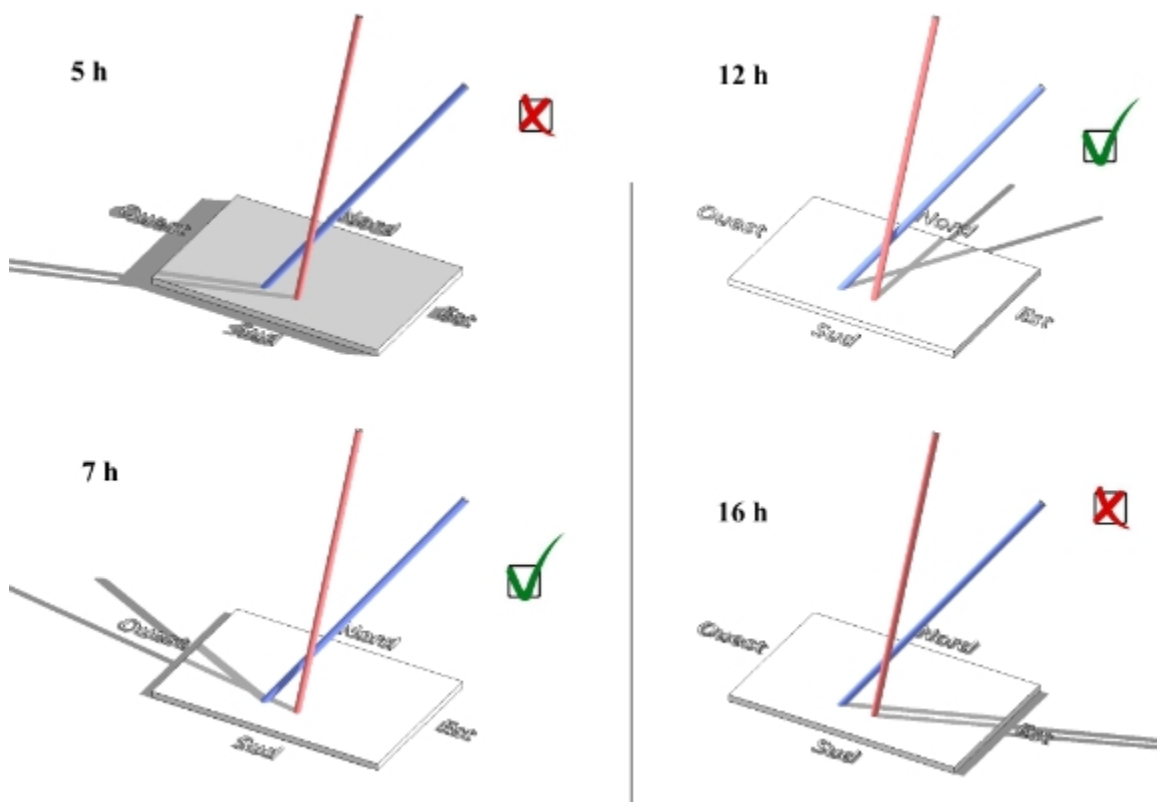


Fig. 6 Présentation de l'analyse géométrique 2D permettant d'identifier les cas où les demi-droites d'ombre $[M_{20} M'_2]$ et $[M_{10} M'_1]$ se coupent effectivement. Les données d'entrée sont les coordonnées de M_{10} et M_{20} ainsi que les angles α et β . La donnée de sortie est une information binaire (OUI ou NON) indiquant si les demi-droites se coupent ou non. Le code est fourni en annexe du CD ; il est probable qu'il existe une solution plus simple mais comme le temps de calcul n'est pas significativement augmenté par ce filtre, nous n'avons pas cherché à l'optimiser totalement.

Après le passage des deux filtres mentionnés, la principale caractéristique du cadran consiste en l'existence de deux domaines isolés : un grand domaine principal et un petit domaine qui correspond, dans cet exemple, à des soirées d'été (voir la couleur des courbes du zodiaque sur la figure 5C par exemple). La séparation en deux parties du tracé constitue un cas de figure exceptionnel pour un cadran solaire. Cette spécificité est expliquée sur la figure 7. On remarquera que, dans l'exemple proposé, la croix d'ombre ne parcourt le petit domaine qu'en soirée, et entre les équinoxes de printemps et d'hiver (voir aussi vidéo en annexe). En fonction de la configuration du cadran, d'autres possibilités apparaissent (voir infra).



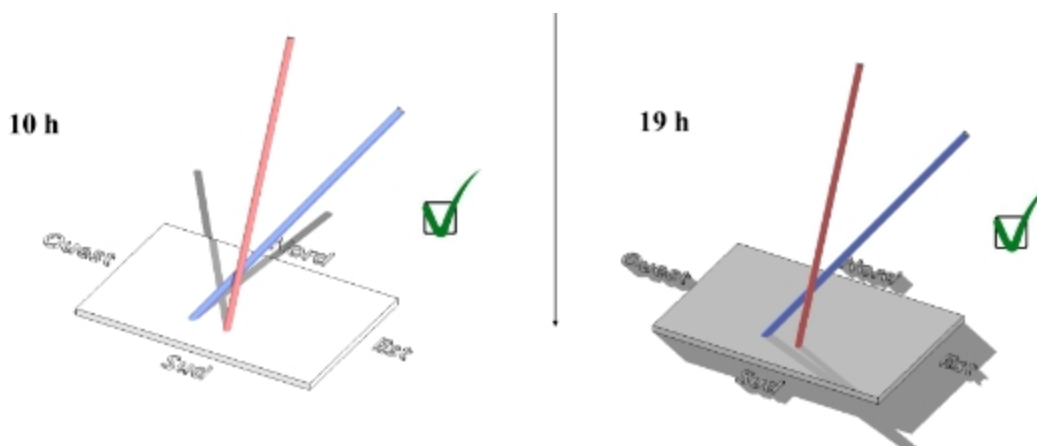


Fig.7. Simulation des ombres des fils, et de la croix d'ombre, au cours d'une journée proche du solstice d'été sur le cadran de la fig.1. Au matin, il n'y a pas de croix, elle apparaît quand le Soleil franchit l'axe E-W. Cette croix parcourt le cadran jusqu'au milieu de l'après-midi ou les ombres des fils ont tendance à se paralléliser. La croix ne réapparaît qu'en soirée, après que le Soleil a franchi une nouvelle fois l'axe E-W. A une date proche du solstice d'hiver, le Soleil ne franchit jamais l'axe E-W et la croix d'ombre n'atteint jamais le petit domaine.

6) INFLUENCE DES DIFFERENTS PARAMETRES

Le dessin de ce genre de cadran solaire est contrôlé par 6 paramètres fondamentaux en dehors des coordonnées géographiques. Si l'on considère que les angles peuvent varier par incrément de 5° seulement, et les distances par incrément de 50 pixels, on peut générer près de 780 millions de combinaisons de paramètres, soit autant de cadrans solaires *a priori* différents pour un seul lieu... nous ne les avons pas tous testés⁵ ! D'un autre côté, ce qui intéresse l'utilisateur qui souhaiterait réaliser un cadran bifilaire à fils quelconques : c'est de calculer un tracé qui corresponde aux caractéristiques suivantes :

- le tracé est optimisé par rapport à la surface de la table du cadran (ni trop grand ni trop petit)
- la proportion de surface utile (parcourue par la croix d'ombre au cours de l'année) est de l'ordre de celle souhaitée
- la position de la zone d'« aveuglement gnomonique » (période sans croix d'ombre) est à l'endroit souhaité.

Dans les lignes qui suivent nous allons essayer de dégager quelques règles correspondant à ces contraintes⁶. Dans ce qui va suivre, nous utiliserons une version simplifiée du logiciel qui dessine des lignes d'heure (temps vrai) et non des courbes en « huit ».

L'analyse de la figure 7 suggère que, plus la distance entre les deux points les plus proches des fils est faible, moins la période de l'« aveuglement gnomonique » sera longue. A la limite, quand les fils se touchent, il n'y a pas d'aveuglement, et le tracé est celui d'un cadran à style droit, le croisement des fils matérialisant le sommet de ce style. La minimisation de la distance en question est fonction de trois paramètres qui sont :

(1) l'écartement des points M_{10} et M_{20} . (2) l'existence d'un croisement de la projection des fils sur le plan horizontal et la distance de ce croisement avec les points M_{10} et M_{20} (3) la différence entre i_1 et i_2 . Dans les huit premiers exemples que nous étudierons (fig. 8), nous ferons en sorte que ces valeurs restent faibles de façon à minimiser la zone d'aveuglement.

⁵ Les auteurs seront reconnaissants aux utilisateurs du programme qui les feraient profiter de toutes observations originales.

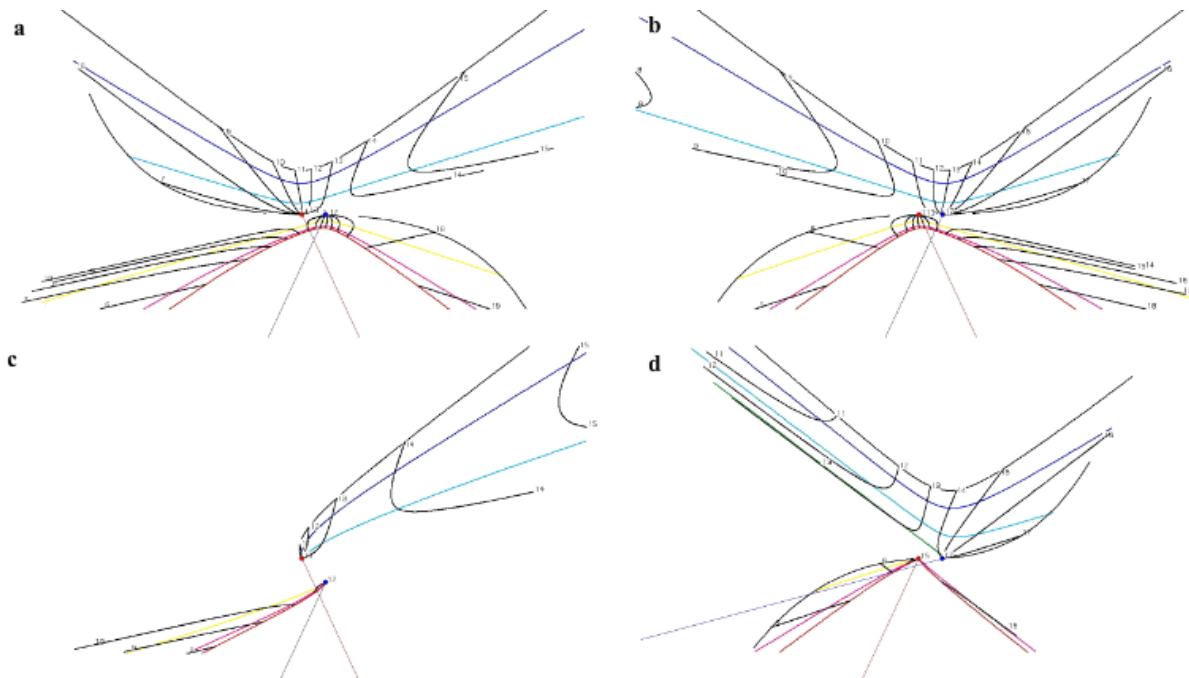
⁶ Idem note 4.

Par ailleurs, il faut noter que le rapport x_{20} / y_{20} est un rapport d'échelle ; le modifier, toutes choses égales par ailleurs, change la taille du cadran et non sa forme.

Dans l'exemple (a) les fils sont grossièrement inclus dans le plan équatorial⁷; sans surprise, la zone d'aveuglement correspond à l'équinoxe dont le tracé (en vert) a disparu. On notera une légère dissymétrie du tracé. Elle dépend de la différence entre la distance zénithale des deux fils. Il suffit de permuter les valeurs de i_1 et i_2 pour inverser la dissymétrie (b). Dans cette situation, toute modification des paramètres semble augmenter la zone d'aveuglement. C'est le cas si y_{20} n'est plus nul (c) ou si les fils subissent une rotation dans le même sens (d). Par contre, la combinaison de ces deux modifications se fait sans perte d'informations significative (e) ; on note seulement que la zone d'aveuglement quitte l'équinoxe pour devenir oblique, et parallèle au segment $[M_{10}M_{20}]$.

Quand les fils sont orientés vers le nord (f), on est dans un cas de figure similaire à celui que décrivent les figures 5 et 7. On signalera toutefois que la rotation d'ensemble du système filaire provoque, comme précédemment (e), une rotation de la zone d'aveuglement (g). On notera également que le rapprochement des fils (obtenu ici en rapprochant le point de croisement de la projection de fils sur le plan horizontal (h) permet l'apparition d'un troisième domaine, analogue au second évoqué dans le commentaire de la figure 7.

Il est clair que les lignes qui précèdent ne prétendent pas épuiser la question (d'autres exemples de tracé et de leurs évolutions en réponse à la modification d'un des 6 paramètres, sont proposés dans le diaporama fourni dans le CD). Ainsi, et à titre d'illustration des lacunes importantes qui demeurent dans notre analyse, le tracé de la figure 8i, qui n'est pas inintéressant, a été établi en ne respectant aucune des règles qui semblaient se dégager des considérations précédentes : les fils divergent, $[M_{10}M_{20}]$ est grand et l'écart entre i_1 et i_2 est important...



⁷ Des droites non sécantes ne peuvent être dans le même plan, il s'agit donc d'une approximation. En fait les projections des angles i_1 et i_2 dans le plan N-S vertical sont réparties de part et d'autre de la valeur de la latitude.

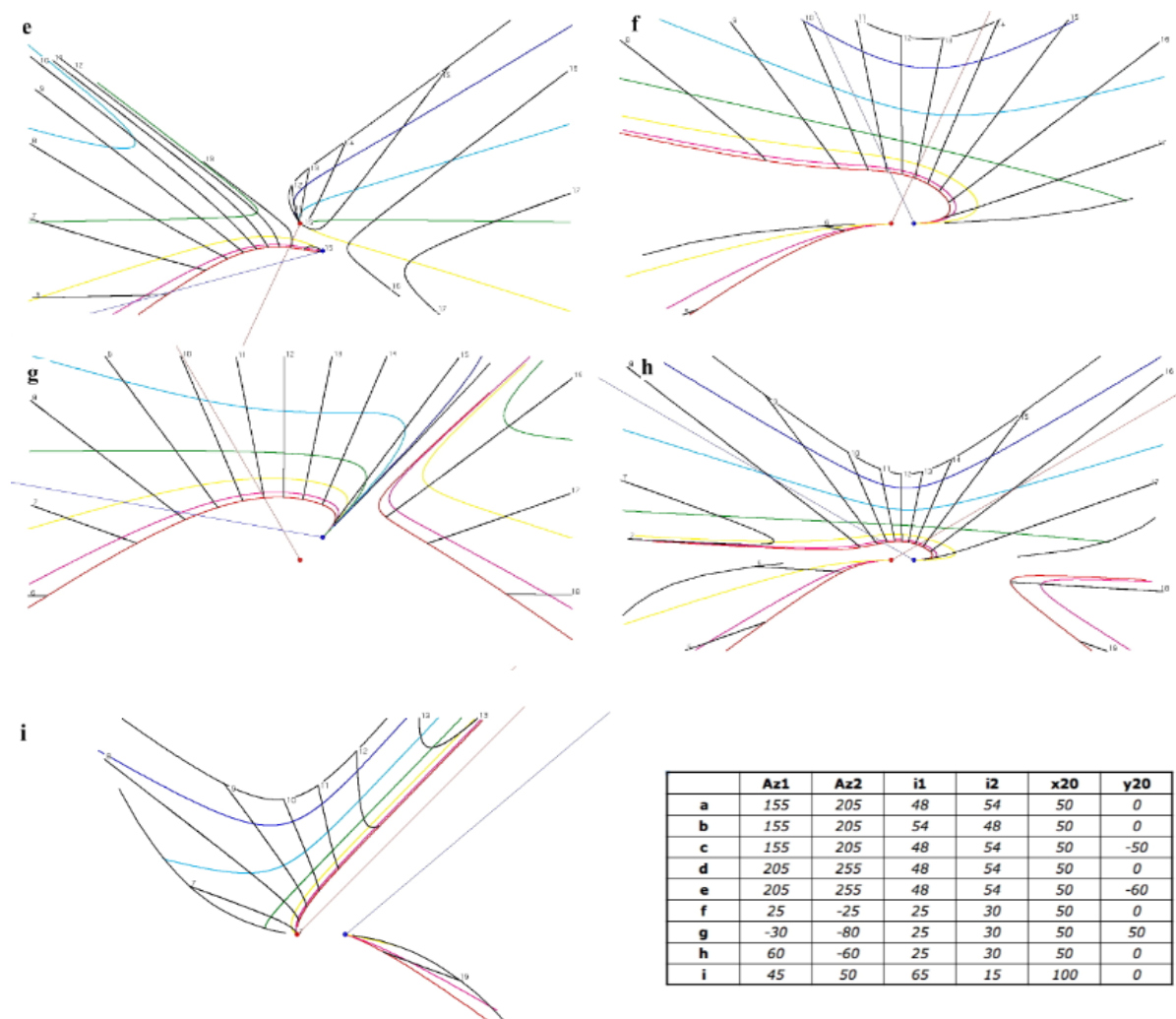


Fig. 8 . Quelques exemples de tracés de cadrans bifilaires à fils quelconques (temps vrai) à la latitude de 49°. Le tableau résume les valeurs utilisées (voir d'autres exemples sur le CD).

7) REMARQUES SUR LES LIGNES HORAIRES ET LES ARCS DIURNES.

A partir des représentations précédentes des figures horaires (fig. 5 et 8) se pose naturellement la question de la forme géométrique que peuvent prendre les lignes horaires et les arcs diurnes. Il a été établi que des discontinuités apparaissent (zone d'aveuglement), tirant essentiellement leur origine des gnomons produisant au cours de la journée des ombres parallèles. C'est au voisinage de ces discontinuités que les lignes horaires sont fortement déformées. En règle générale, les lignes horaires ne sont plus concourantes, bien que les figures 8g et 8h montrent que c'est encore possible et donc que certaines heures sont encore des lignes droites. L'étude initiale de ce type de cadran (Collin, 2005) a démontré que la ligne de midi est une conique (ou une droite lorsque la conique est dégénérée). C'est ce que l'on peut apercevoir dans les figures 8 : (a), (b), (c), (d) et (i). Qu'en est-il alors des autres lignes horaires ? Aucune démonstration rigoureuse n'a pu encore être établie à leur propos. On peut seulement se risquer à conjecturer (ou parier) que, puisque la ligne de midi est une section conique et qu'elle fait partie de la famille des lignes horaires, alors les lignes horaires⁸ prennent toutes les allures possibles d'une section conique. Les exemples sont nombreux si bien qu'il est difficile de ne pas émettre cette conjecture. Il faudrait mener une analyse numérique : puisque l'on sait tracer la figure complète, on a parfaitement accès aux

⁸ Que penser de l'aspect des lignes horaires de 16 h et 17 h de la figure 8e, ou des lignes horaires de 11 h, 13 h, 14 h de la figure 8d, ou encore de 14h et 15h de la figure 8a ?

coordonnées des points, et en particulier à l'ensemble des coordonnées des points d'une même ligne horaire. Il suffirait alors de traiter cet ensemble de coordonnées pour confirmer ou infirmer cette conjecture. C'est un travail laborieux qu'il faudrait envisager de mener à terme.

Qu'en est-il des arcs diurnes ? La difficulté est tout autre et plus profonde. Les arcs diurnes sont des courbes algébriques et peuvent prendre toutes les allures des courbes jusqu'au degré 4. La discontinuité du tracé due à la disposition des gnomons ne suffit pas à expliquer le changement de la nature des arcs diurnes. Par exemple, les figures 8f et 8h suggèrent la présence de sections coniques entre les équinoxes et le solstice d'hiver. Par contre, en été, les arcs diurnes ne sont plus des sections coniques mais des courbes de plus haut degré, et ce, bien avant l'apparition d'une quelconque discontinuité dans le tracé. L'allure de l'arc diurne est liée à la valeur simultanée des 6 paramètres. L'analyse s'arrête là par défaut de moyens ou de connaissance de méthodes permettant de déterminer la nature géométrique des arcs diurnes. De même, il est pour l'instant impossible de dire à l'avance ce que sera tel ou tel arc diurne. Il n'y a pas de raison de penser que le problème est sans solution ; il suffit de songer au cas des lignes horaires temporaires, par exemple. La nature de ces lignes est restée très longtemps inconnue avant que l'on parvienne enfin à savoir ce qu'elles sont vraiment⁹.

8) PERSPECTIVES ET CONCLUSIONS

Dans le cadre de l'analyse que nous venons de présenter, le cadran originel de Michnik (1923) apparaît comme un cas particulier avec certaines valeurs des paramètres fondamentaux. C'est également le cas pour les cadrans de la même famille étudiés par Collin (2002) (orientations filaires quelconques mais inclinaisons nulles). Par contre, pour l'instant la table du cadran est toujours horizontale.

Cette étude doit être comprise comme un travail introductif, nous n'avons pas le sentiment d'avoir clos le dossier du cas étudié. En rendant public l'algorithme (fig. 3) et logiciel (ce dernier est inclus dans le CD), nous espérons voir apparaître, d'ici peu, d'autres contributions sur le sujet. Parallèlement, nous menons un nouveau développement sur les cadrans verticaux déclinants à fils quelconques, suite logique de la présente étude.

REFERENCES :

- ° Collin D. (2002) Les cadrans solaires bifilaires à gnomons rectilignes quelconques *Observations & Travaux*, n°55, 12-31.
- ° Collin D. (2005) Vers une finalisation des cadrans bifilaires à fils rectilignes, *Cadran-Info* n°13, annexe.
- ° Collin D. (2007) Cadrans bifilaires (1923 à 2007), *Cadran-Info* n°16, p. 6-10.
- ° Dallet P. J. (2008) Calculs « cadran plan à style ponctuel », *Cadran-Info* n°18, p. 67-71.
- ° Massé Y. (1997-2012) Codes en Basic « *Ephéméride pour gnomoniste* » et « *Calcul des heures de passage au méridien / lever / coucher du soleil* »
<http://yvon.masse.perso.sfr.fr/gnomon/>
- ° Michnik H. (1923) Theorie einer Bifilar-Sonnenuhr, *Astronomische Nachrichten*, 217 (5190), p. 81-90.
- ° Ziegeltrum F. (2010) *Traité abrégé de gnomonique*, auto-édition, 117 p.

⁹ Dossier sur les lignes horaires temporaires : *Cadran-Info* n° 21, 22 et 23.

⇒  **Dans la version numérique, vous trouverez en annexe :**

- le dossier "Bifilaire pour CD" comprenant :
- figures originales du présent article ;
 - figures (+ négatifs) n° 8-1 à 8-15 de Collin (2005) ;
 - code en FutureBasic5 (facilement adaptable à tous langages de programmation) de la routine du second filtre d'élimination des points fantômes ;
 - une vidéo (formats .flv et .m4v) présentant la géométrie du cadran de la fig. 8-6 de Collin (2005) et des figures 1, 2, 5 et 7 du présent article, avec deux simulations d'éclairement journalier à des dates proches des deux solstices ;
 - l'application Macintosh (exécutable) décrite dans l'article
 - un diaporama (format .pdf) illustrant quelques exemples de l'évolution du tracé en réponse à la modification progressive de certains paramètres.



Les trois singes de Ouchy (Suisse)

Envoyé par J. Theubet les trois singes du parc situé à côté du musée olympique de Lausanne, dans le quartier de Ouchy.

"Ne voir que d'un oeil, savoir se taire, entendre que d'une oreille, oui mais... être toujours à l'heure".

